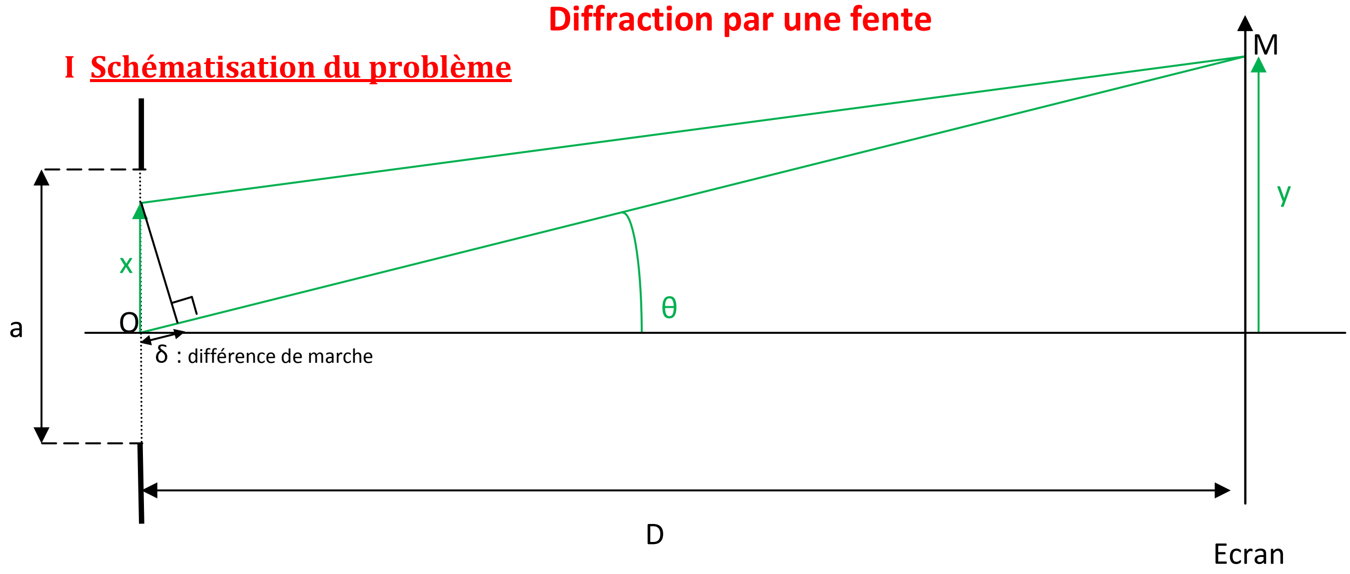
Diffraction par une fente

I Schématisation du problème



La lumière arrive par la fente de largeur a. On fait l'hypothèse que chaque point du trou de largeur a se comporte comme une source de lumière. On a donc une infinité de sources.

On remarque aussi que :

$$\theta = \frac{\delta}{x} \; et \; \theta = \frac{y}{D} = sin\theta$$

L'onde dS qui parvient au point y provenant de x est de la forme :

$$dS = \frac{A}{a}\, e^{(j\omega t + 2\pi\frac{\delta}{\lambda})} dx \; avec \; \delta = \frac{xy}{D}$$

On fait la somme des ondes reçues en y en faisant varier x.

$$S(y) = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} dS = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \frac{A}{a} e^{j(\omega t + 2\pi\frac{xy}{D\lambda})}\, dx$$

$$S(y) = \frac{A}{a} e^{j(\omega t)} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{j2\pi\frac{xy}{D\lambda}}\, dx$$

$$S(y) = \frac{A}{a} e^{j(\omega t)} \frac{D\lambda}{2\pi y j} \left[e^{j2\pi\frac{xy}{D\lambda}} \right]_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}}$$

$$S(y) = \frac{A}{a} e^{j(\omega t)} \frac{D\lambda}{2\pi y j} \left[e^{j\pi\frac{ay}{D\lambda}} - e^{-j\pi\frac{ay}{D\lambda}} \right]$$

$$S(y) = \frac{A}{a} e^{j(\omega t)} \frac{D\lambda}{2\pi y j}\, 2\, sin\left\{\frac{\pi a y}{D\lambda}\right\}$$

L'intensité lumineuse I est donnée par :

$$I = SS^*$$

$$I = \frac{A}{a} e^{j(\omega t)} \frac{D\lambda}{2\pi y j}\, 2\, sin\left\{\frac{\pi a y}{D\lambda}\right\} \times \frac{A}{a} e^{-j(\omega t)} \frac{D\lambda}{-2\pi y j}\, 2\, sin\left\{\frac{\pi a y}{D\lambda}\right\}$$

$$I=\frac{A}{a}\frac{D\lambda}{2\pi yj}2\,sin\left\{\frac{\pi ay}{D\lambda}\right\}\times\frac{A}{a}\frac{D\lambda}{-2\pi yj}2\,sin\left\{\frac{\pi ay}{D\lambda}\right\}$$

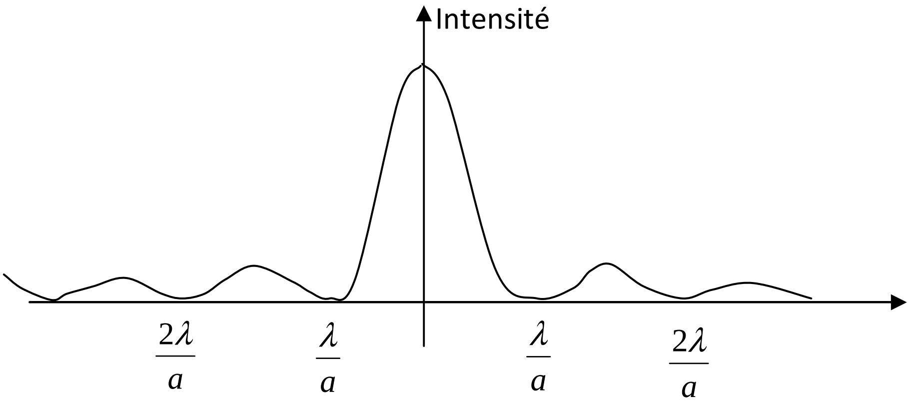
$$I=\left(\frac{AD\lambda}{a2\pi y}\right)^2 4\left(sin\left\{\frac{\pi ay}{D\lambda}\right\}\right)^2$$

$$I=\left(\frac{AD\lambda}{a\pi y}\right)^2\left(sin\left\{\frac{\pi ay}{D\lambda}\right\}\right)^2$$

$$I=A^2\left(\frac{sin\left(\frac{\pi ay}{D\lambda}\right)}{\frac{\pi ay}{D\lambda}}\right)^2$$

$$I=A^2\left(\frac{sin\left(\frac{\pi\ a\sin\theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\ \mathrm{a}\sin\theta}{\lambda}}\right)^2$$

$$Représenton\ la\ fonction\ I\ en\ fonction\ de\ \sin\theta$$



I est nul pour $sin\left(\frac{\pi\ a\sin\theta}{\lambda}\right)=0$

C'est-à-dire pour k entier

$$\left(\frac{\pi\ a\sin\theta}{\lambda}\right)=k\pi$$

$$\boldsymbol{\sin\theta=\frac{k\lambda}{a}}$$

$$\textbf{On aura la première extinction pour k} = \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{\sin\theta=\frac{\lambda}{a}}$$