

Effet Doppler

$A_1A_2 = 2,0 \text{ cm}$

$\lambda = 2,5 \text{ cm}$

Entre les positions A_1A_2 il s'est écoulé une période T

c célérité de l'onde dans le milieu

v vitesse de la source qui se déplace de la gauche vers la droite

On remarque que $c > v$

I. Cas où la source s'approche de l'observateur (l'observateur étant sur l'axe horizontal)

Soit T' la période perçue par l'observateur et λ' la longueur d'onde mesurée par l'observateur. Comme la source s'approche de l'observateur la longueur d'onde λ est diminuée de la distance parcourue par la source durant une période T

$$\lambda' = \lambda - vT$$

Comme $\lambda = cT$ et $\lambda' = cT'$ alors $cT' = cT - vT$

$$cT' = T(c - v)$$

$$T' = \frac{T(c - v)}{c} \text{ or } f' = \frac{1}{T'} \text{ (} f' \text{ est la fréquence perçue par l'observateur)}$$

$$f' = \frac{c}{T(c - v)} \text{ et comme } f = \frac{1}{T} \text{ alors } f' = \frac{fc}{(c - v)}$$

$$\text{Soit } f' = \frac{f}{\left(1 - \frac{v}{c}\right)}$$

Dans le cas où $c \gg v$

un développement limité pour $\frac{v}{c}$ tendant vers 0 montre que

$$f' \approx 1 + \frac{v}{c}$$

Développement limité de la fonction : (hors programme)

$$g(x) = \frac{1}{1 - x} \text{ avec } x \rightarrow \infty$$

$$g(x) \approx g(0) + g'(0)x + g''(0)x$$

Calculons la dérivée de $g(x)$

$$g'(x) = \frac{1}{(1 - x)^2} \text{ d'où } g'(0) = 1$$

$$\text{De plus } g(0) = 1$$

$$\text{D'où } g(x) \approx 1 + x \text{ avec } x = \frac{v}{c}$$

$$\text{D'où } f' \approx 1 + \frac{v}{c}$$

II. Cas où la source s'éloigne de l'observateur (l'observateur étant sur l'axe horizontal)

Soit T'' la période perçue par l'observateur et λ'' la longueur d'onde mesurée par l'observateur. Comme la source s'éloigne de l'observateur la longueur d'onde λ est augmentée de la distance parcourue par la source durant une période T

$$\lambda' = \lambda + vT$$

Comme $\lambda = cT$ et $\lambda' = cT'$ alors $cT' = cT + vT$

$$cT' = T(c + v)$$

$$T' = \frac{T(c + v)}{c} \text{ or } f' = \frac{1}{T'} \text{ (} f' \text{ est la fréquence perçue par l'observateur)}$$

$$f' = \frac{c}{T(c + v)} \text{ et comme } f = \frac{1}{T} \text{ alors } f' = \frac{fc}{(c + v)}$$

$$\text{Soit } f' = \frac{f}{\left(1 + \frac{v}{c}\right)}$$

Dans le cas où $c \gg v$

un développement limité pour $\frac{v}{c}$ tendant vers 0 montre que

$$f' \approx 1 - \frac{v}{c}$$

Développement limité de la fonction : (hors programme)

$$g(x) = \frac{1}{1+x} \text{ avec } x \rightarrow \infty$$

$$g(x) \approx g(0) + g'(0)x + g''(0)x$$

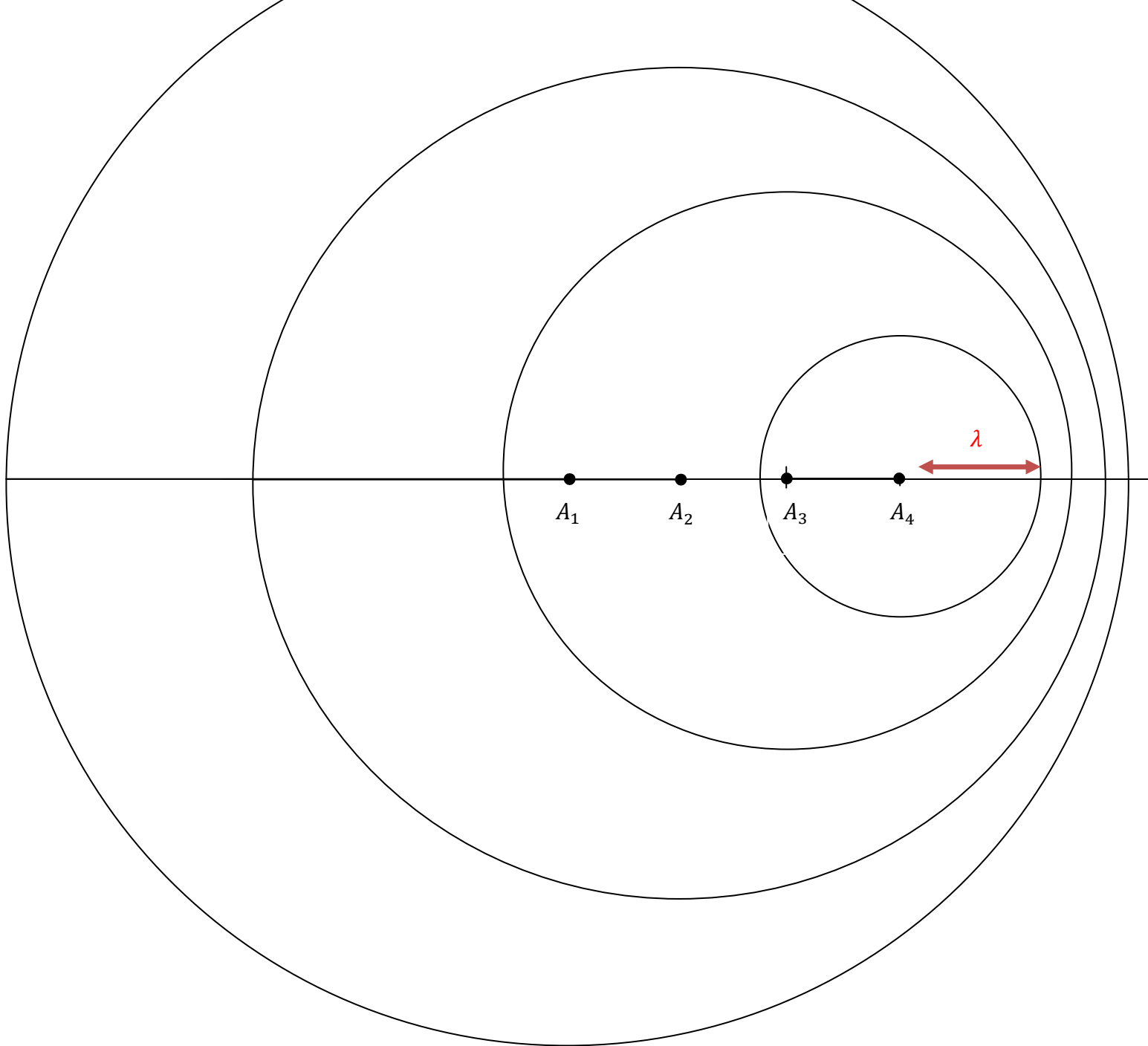
Calculons la dérivée de $g(x)$

$$g'(x) = \frac{-1}{(1+x)^2} \text{ d'où } g'(0) = -1$$

$$\text{De plus } g(0) = 1$$

$$\text{D'où } g(x) \approx 1 - x \text{ avec } x = \frac{v}{c}$$

$$\text{D'où } f' \approx 1 - \frac{v}{c}$$



III. Cas où l'observateur n'est pas dans la direction du mouvement rectiligne de la source.

Les segments bleu et orange sont sensiblement égaux (d'autant plus que la distance A_3A_4 est petite). La source c'est donc rapprochée de la distance verte de l'observateur. La longueur d'onde perçue λ' par l'observateur sera la longueur d'onde λ diminuée de cette distance verte.

$$\lambda' = \lambda - A_3A_4 \cdot \cos \theta$$

$$\lambda' = \lambda - vT \cdot \cos \theta$$

Comme $\lambda = cT$ et $\lambda' = cT'$ alors $cT' = cT - vT \cdot \cos \theta$

$$cT' = T(c - v \cdot \cos \theta)$$

$$T' = \frac{T(c - v \cdot \cos \theta)}{c} \text{ or } f' = \frac{1}{T'} \text{ (} f' \text{ est la fréquence perçue par l'observateur)}$$

$$f' = \frac{c}{T(c - v \cdot \cos \theta)} \text{ et comme } f = \frac{1}{T} \text{ alors } f' = \frac{fc}{(c - v \cdot \cos \theta)}$$

$$\text{Soit } f' = \frac{f}{(1 - \frac{v}{c} \cdot \cos \theta)}$$

Dans le cas où $c \gg v$

un développement limité pour $\frac{v}{c}$ tendant vers 0 montre que

$$f' \approx 1 + \frac{v}{c} \cdot \cos \theta$$

Remarques :

$\theta = 0$ La source s'approche de l'observateur	$f' \approx 1 + \frac{v}{c} \cdot \cos \theta = 1 + \frac{v}{c}$
$\theta = \pi$ La source s'éloigne de l'observateur	$f' \approx 1 + \frac{v}{c} \cdot \cos \theta = 1 - \frac{v}{c}$

